

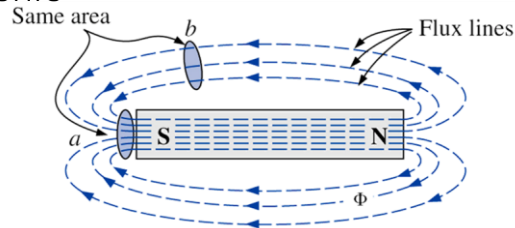
CIRCUITOS MAGNÉTICOS

Temario

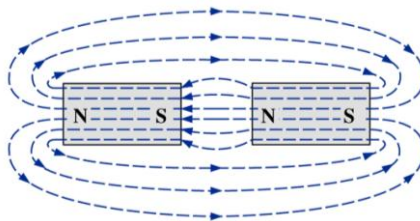
- ▶ Conceptos generales
- ▶ Inductancia mutua
- ▶ Transformadores

Conceptos Generales

- ▶ Distribución de flujo magnético para un imán permanente



- ▶ Distribución del flujo para dos polos adyacentes y opuestos



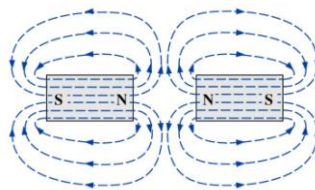
3

Circuitos Magnéticos

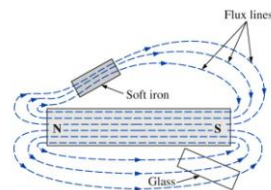
EC2111

Conceptos Generales

- ▶ Distribución del flujo para dos polos adyacentes y similares



- ▶ Efecto de una muestra ferromagnética sobre la distribución del flujo de un imán permanente



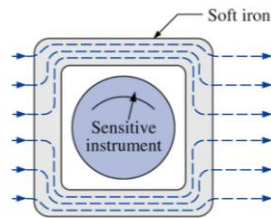
4

Circuitos Magnéticos

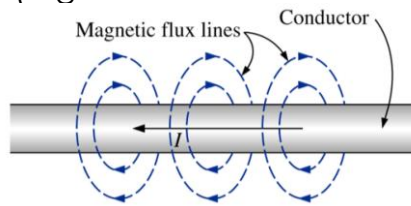
EC2111

Conceptos Generales

- ▶ Efecto de un blindaje magnético sobre la distribución del flujo



- ▶ Líneas de flujo magnético alrededor de un conductor de corriente (regla de la mano derecha)



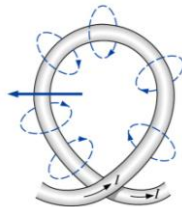
5

Circuitos Magnéticos

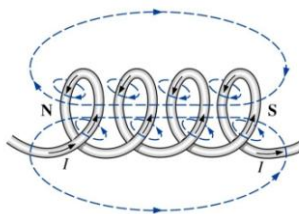
EC2111

Conceptos Generales

- ▶ Distribución del flujo de una bobina de una sola vuelta



- ▶ Distribución del flujo de una bobina de muchas vueltas



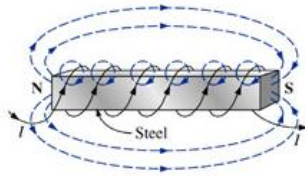
6

Circuitos Magnéticos

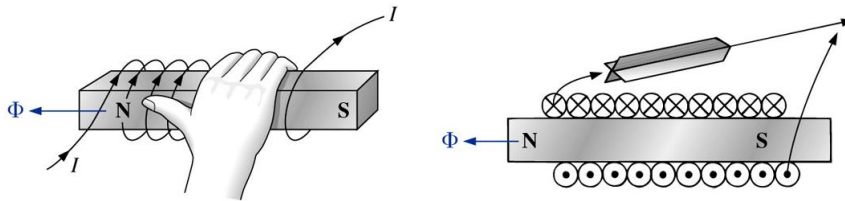
EC2111

Conceptos Generales

▶ Electroimán



▶ Determinación de la dirección del flujo para un electroimán



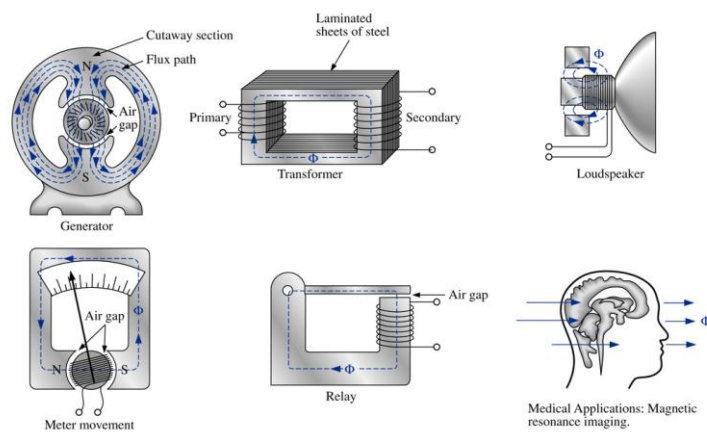
7

Circuitos Magnéticos

EC2111

Conceptos Generales

▶ Aplicaciones de los efectos magnéticos



8

Circuitos Magnéticos

EC2111

Conceptos Generales

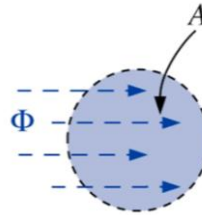
- ▶ Densidad de flujo B

$$B = \frac{\Phi}{A} = \frac{\text{Wb}}{\text{m}^2} = \text{teslas(T)}$$

- ▶ La permeabilidad es una medida de la facilidad que se establecen líneas de flujo magnético de un material

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Wb/A} \cdot \text{m}$$

$$\mu_r = \frac{\mu}{\mu_0}$$



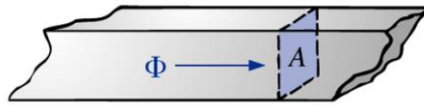
Conceptos Generales

- ▶ **Materiales Magnéticos:** materiales de los que surgen líneas de flujo con gran facilidad y tienen una alta permeabilidad
- ▶ **Materiales Diamagnéticos:** permeabilidades ligeramente menores que las del espacio libre
- ▶ **Materiales Paramagnéticos:** permeabilidades ligeramente mayores que las del espacio libre
- ▶ **Materiales Ferromagnéticos:** permeabilidades muy superiores que las del espacio libre

Conceptos Generales



Para el núcleo de la figura, determine la densidad de flujo B en teslas



$$\begin{aligned}\Phi &= 6 \times 10^{-5} \text{ Wb} \\ A &= 1.2 \times 10^{-3} \text{ m}^2\end{aligned}$$

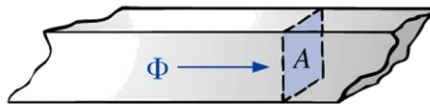
- Aplicando las ecuaciones vistas, se tiene que:

$$B = \frac{\Phi}{A} = \frac{6 \cdot 10^{-5} \text{ Wb}}{1.2 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2} = 5 \cdot 10^{-2} \text{ T}$$

Conceptos Generales



Para el núcleo de la figura, si la densidad de flujo B es 1.2 T y el área A es .25 in², determine el flujo que pasa por el núcleo



$$\begin{aligned}\Phi &= 6 \times 10^{-5} \text{ Wb} \\ A &= 1.2 \times 10^{-3} \text{ m}^2\end{aligned}$$

- Aplicando las ecuaciones vistas, se tiene que:

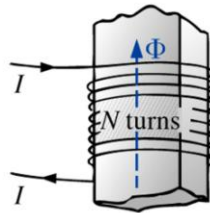
$$1\text{m} = 39.37\text{in} \Rightarrow 0.25\text{in}^2 = 1.613 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$\Phi = B \cdot A = (1.2\text{T})(1.61310^{-4}\text{m}^2)$$

$$\Phi = 1.936 \cdot 10^{-4} \text{ Wb}$$

Conceptos Generales

- ▶ Componentes de una fuerza magnetomotriz



- ▶ La resistencia que presenta un material al paso de las líneas de campo magnético se denomina Reluctancia

$$R_e = \frac{l}{\mu \cdot A} < \text{At/Wb} >$$

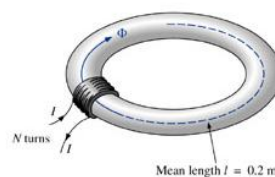
Conceptos Generales

- ▶ Fuerza magnetomotriz (F_{mm}) de un circuito magnético es la "presión" que hay que ejercer sobre un material para hacer pasar las líneas de flujo dentro de él
- ▶ La fuerza magnetizadora (H) es la cantidad de fuerza magnetomotriz por unidad de longitud

$$\Phi = \frac{F_{mm}}{R_e}$$

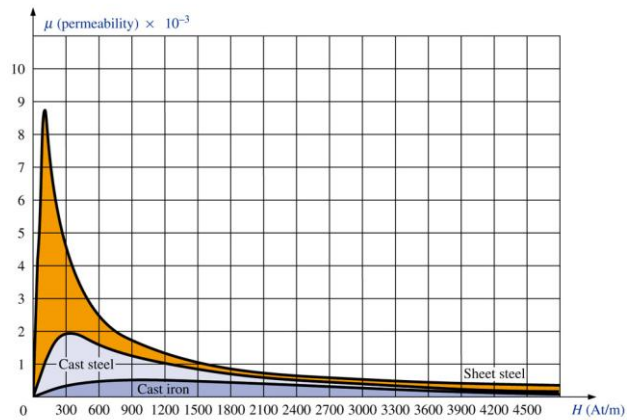
$$F_{mm} = N \cdot I < \text{At} >$$

$$H = \frac{F_{mm}}{l} = \frac{N \cdot I}{l} < \text{At/m} >$$



Conceptos Generales

- ▶ Variación de la permeabilidad (μ) respecto a la fuerza magnetizadora (H)



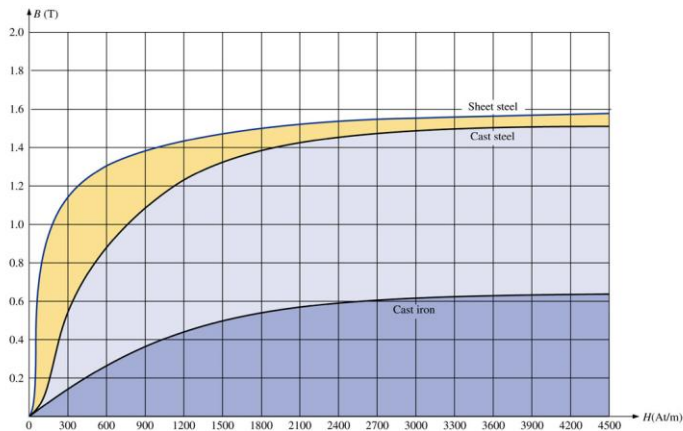
15

Circuitos Magnéticos

EC2111

Conceptos Generales

- ▶ Curva normal de magnetización para tres materiales ferromagnéticos



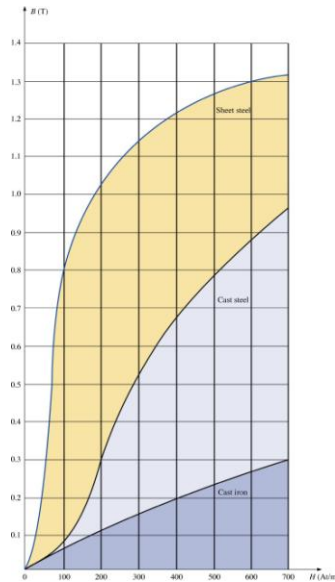
16

Circuitos Magnéticos

EC2111

Conceptos Generales

- ▶ Vista ampliada de la curva normal de magnetización para tres materiales ferromagnéticos
 - Sheet steel (acero laminado)
 - Cast steel (acero fundido)
 - Cast iron (hierro fundido)



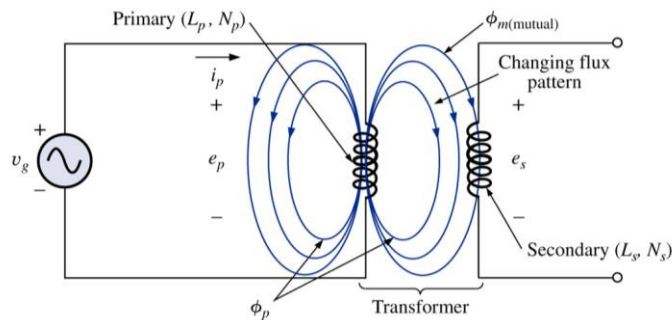
17

Circuitos Magnéticos

EC2111

Transformadores

- ▶ Definición de los componentes de un transformador



- ▶ La bobina a la que se le aplica la fuente de alimentación se le denomina primario y la bobina a la que se le aplica la carga se conoce como secundario

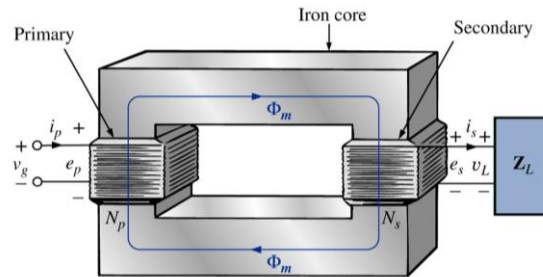
18

Circuitos Magnéticos

EC2111

Transformadores

- ▶ Transformador con núcleo de hierro



- ▶ La proporción de los voltajes inducidos es igual a la proporción de las vueltas correspondientes

$$\frac{E_p}{E_s} = \frac{N_p}{N_s}$$

19

Circuitos Magnéticos

EC2111

Transformadores

- ▶ Las corrientes del primario y del secundario de un transformador se relacionan mediante la relación inversa del número de vueltas

$$\frac{I_p}{I_s} = \frac{N_s}{N_p}$$

- ▶ Si le aplicamos a un transformador una entrada senoidal, se tiene que:

$$E_p = 4.44fN_p\Phi_m$$

$$E_s = 4.44fN_s\Phi_m$$

- ▶ La relación de transformación es:

$$a = \frac{N_p}{N_s}$$

20

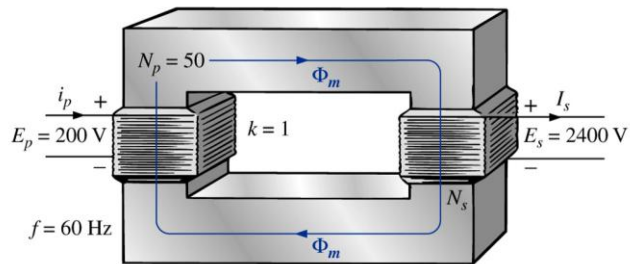
Circuitos Magnéticos

EC2111

Transformadores



Para el transformador de la figura, determine el flujo máximo y el número de vueltas del secundario



21

Circuitos Magnéticos

EC2111

Transformadores

- ☑ Aplicando las ecuaciones vistas, se tiene que:

$$E_p = 4.44 N_p f \Phi_m$$

$$\Phi_m = \frac{E_p}{4.44 N_p f} = \frac{200V}{(4.44)(50t)(60Hz)}$$

$$\Phi_m = 15.02Wb$$

$$\frac{E_p}{E_s} = \frac{N_p}{N_s}$$

$$N_s = N_p \frac{E_s}{E_p} = (50t) \frac{2400V}{200V}$$

$$N_s = 600t$$

22

Circuitos Magnéticos

EC2111

Transformadores

- ▶ La impedancia vista desde el circuito del primario es igual al cuadrado de la impedancia presente en el secundario

$$\frac{V_g}{V_L} = a \qquad Z_p = \frac{V_g}{I_p}$$

$$\frac{I_p}{I_s} = \frac{1}{a} \qquad Z_L = \frac{V_L}{I_s}$$

$$\frac{V_g/V_L}{I_p/I_s} = a^2 \qquad Z_p = a^2 \cdot Z_L$$

23

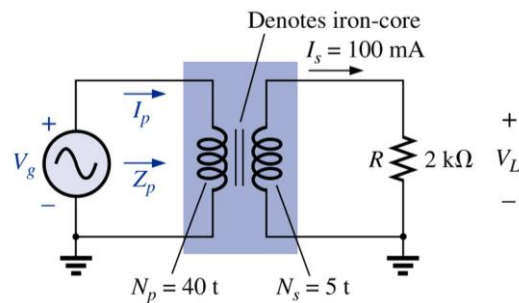
Circuitos Magnéticos

EC2111

Transformadores



Para el transformador mostrado en la figura, determine la magnitud de la corriente en el primario, el voltaje aplicado a través del primario y la resistencia de entrada del transformador



24

Circuitos Magnéticos

EC2111

Transformadores

- ▶ Aplicando las ecuaciones vistas, se tiene que:

$$\frac{I_p}{I_s} = \frac{N_s}{N_p}$$

$$I_p = I_s \frac{N_s}{N_p} = (100\text{mA}) \frac{5t}{40t}$$

$$I_p = 12.5\text{mA}$$

$$V_L = I_s Z_L = (100\text{mA})(2\text{k}\Omega)$$

$$V_L = 200\text{V}$$

25

Circuitos Magnéticos

EC2111

Transformadores

- ▶ Aplicando las ecuaciones vistas, se tiene que:

$$\frac{V_g}{V_L} = \frac{N_p}{N_s}$$

$$V_g = V_L \frac{N_p}{N_s} = (200\text{V}) \frac{40t}{5t}$$

$$V_g = 1600\text{V}$$

$$Z_p = a^2 \cdot Z_L = (8)^2 \cdot 2\text{k}\Omega$$

$$Z_p = 128\text{k}\Omega$$

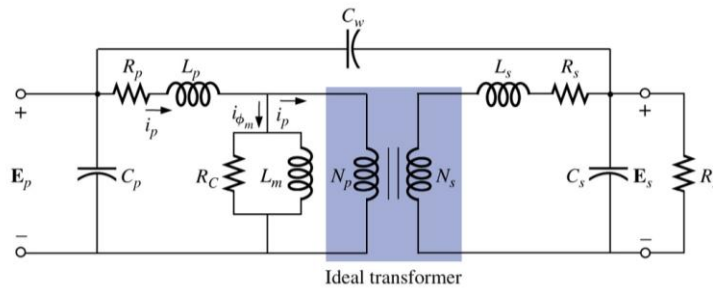
26

Circuitos Magnéticos

EC2111

Transformadores

- ▶ Modelo no idealizado del transformador



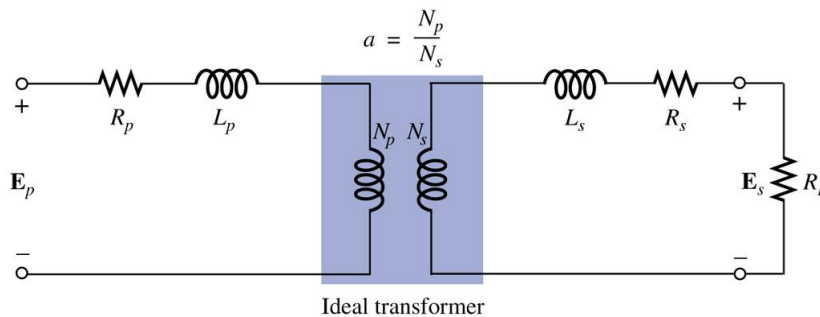
27

Circuitos Magnéticos

EC2111

Transformadores

- ▶ Modelo simplificado del transformador



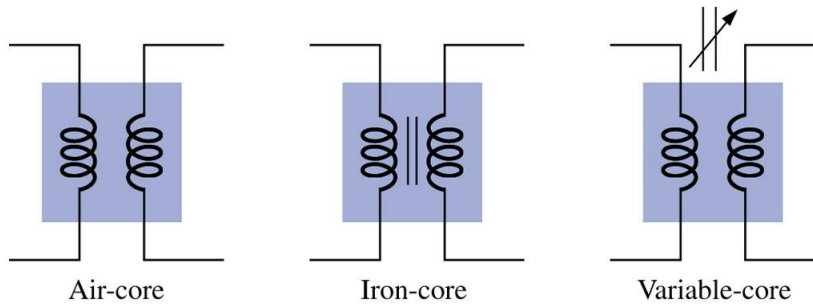
28

Circuitos Magnéticos

EC2111

Transformadores

- ▶ Tipos y símbolos de los transformadores



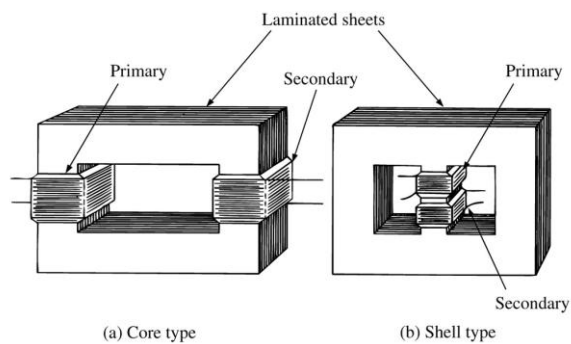
29

Circuitos Magnéticos

EC2111

Transformadores

- ▶ Construcción de los transformadores



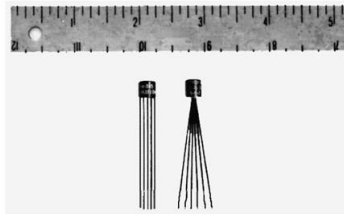
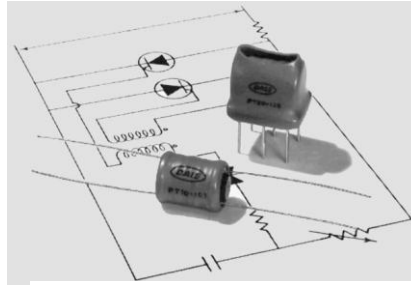
30

Circuitos Magnéticos

EC2111

Transformadores

- ▶ Aspecto físico de los transformadores



31

Circuitos Magnéticos

EC2111

Inductancia Mutua

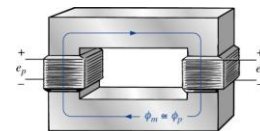
- ▶ Devanados con diferentes coeficientes de acoplamiento

$$e_p = N_p \frac{d\Phi_p}{dt}$$

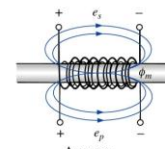
$$e_p = L_p \frac{dI_p}{dt}$$

$$e_s = N_s \frac{d\Phi_m}{dt}$$

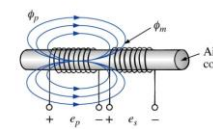
$$\Phi_m = \Phi_p \Rightarrow e_s = N_s \frac{d\Phi_p}{dt} \Rightarrow k = \frac{\Phi_m}{\Phi_p}$$



Steel core
 $k = 1$
(a)



Any core
 $k = 1$
(b)



$k = \frac{\Phi_m}{\Phi_p} \ll 1$ (0.01 → 0.3)
(c)

32

Circuitos Magnéticos

EC2111

Inductancia Mutua

- ▶ La **inductancia mutua** entre dos bobinas es proporcional al cambio instantáneo en el flujo que enlaza a una bobina producida por un cambio instantáneo en la corriente a través de otra bobina

$$e_s = kN_s \frac{d\Phi_p}{dt}$$

$$M = k\sqrt{L_p L_s}$$

$$M = N_s \frac{d\Phi_m}{di_p}$$

$$e_s = M \frac{di_p}{dt}$$

$$M = N_p \frac{d\Phi_p}{di_s}$$

$$e_p = M \frac{di_s}{dt}$$

33

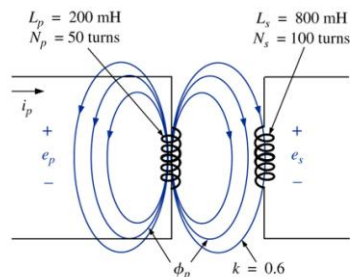
Circuitos Magnéticos

EC2111

Inductancia Mutua



Para el transformador de la figura, determine la inductancia mutua M , calcule el voltaje inducido e_p si el flujo magnético cambia a una velocidad de 450 Wb/s, defina el voltaje inducido e_s para la misma velocidad de cambio definida en el punto anterior y encuentre los voltajes inducidos e_p y e_s si la corriente i_p cambia a la velocidad de 0.2 A/ms



34

Circuitos Magnéticos

EC2111

Inductancia Mutua

- ☑ Aplicando las ecuaciones se tiene que:

$$M = k\sqrt{L_p L_s} = 0.6\sqrt{(200\text{mH})(800\text{mH})} = 240\text{mH}$$

$$e_p = N_p \frac{d\Phi_p}{dt} = (50)(450\text{Wb/s}) = 22.5\text{V}$$

$$e_s = kN_s \frac{d\Phi_p}{dt} = (0.6)(100)(450\text{Wb/s}) = 27\text{V}$$

$$e_p = L_p \frac{di_p}{dt} = (200\text{mH})(0.2\text{A/ms}) = 40\text{V}$$

$$e_s = M \frac{di_p}{dt} = (240\text{mH})(0.2\text{A/ms}) = 48\text{V}$$

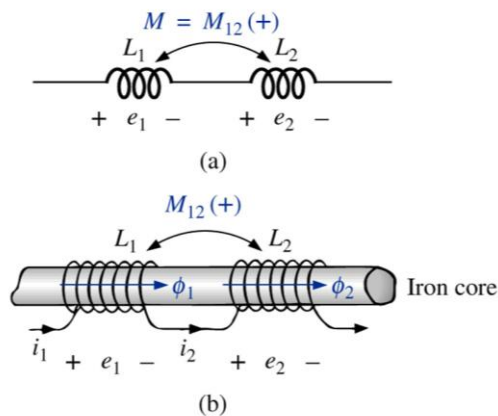
35

Circuitos Magnéticos

EC2111

Inductancia Mutua

- Bobinas mutuamente acopladas conectadas en serie



36

Circuitos Magnéticos

EC2111

Inductancia Mutua

- ▶ Para dos bobinas conectadas en serie que comparten los mismos enlaces de flujo, se tiene que:

$$e_1 = L_1 \frac{di_1}{dt} + M_{12} \frac{di_2}{dt}$$

$$i_1 = i_2 = i$$

$$e_1 = L_1 \frac{di}{dt} + M_{12} \frac{di}{dt}$$

$$e_1 = (L_1 + M_{12}) \frac{di}{dt}$$

37

Circuitos Magnéticos

EC2111

Inductancia Mutua

- ▶ Para dos bobinas conectadas en serie que comparten los mismos enlaces de flujo, se tiene que:

$$e_2 = (L_2 + M_{12}) \frac{di}{dt}$$

$$e_T = e_1 + e_2$$

$$e_T = (L_1 + M_{12}) \frac{di}{dt} + (L_2 + M_{12}) \frac{di}{dt}$$

$$e_T = (L_1 + L_2 + 2M_{12}) \frac{di}{dt}$$

$$L_{T+} = L_1 + L_2 + 2M_{12}$$

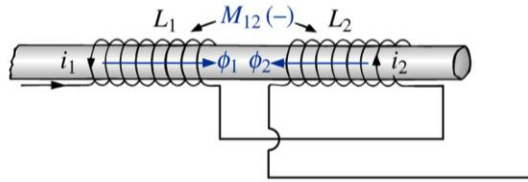
38

Circuitos Magnéticos

EC2111

Inductancia Mutua

- ▶ Bobinas mutuamente acopladas conectadas en serie con una inductancia mutua negativa



$$L_{T-} = L_1 + L_2 - 2M_{12}$$

$$M_{12} = \frac{1}{4}(L_{T+} - L_{T-})$$

39

Circuitos Magnéticos

EC2111

Inductancia Mutua

- ▶ **Regla del punto:** si la corriente entra por el punto para las dos bobinas, la inductancia mutua es positiva. Si la corriente en una de las bobinas entra por el punto y en la otra sale por el punto, la inductancia mutua es negativa.



(a)



(b)

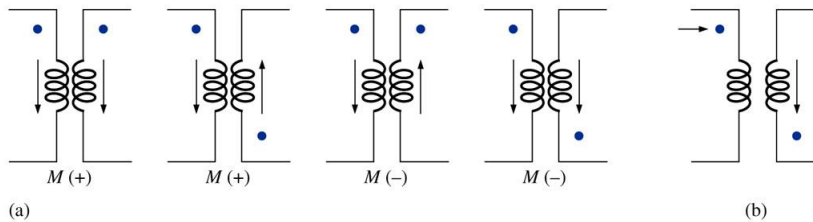
40

Circuitos Magnéticos

EC2111

Inductancia Mutua

- Definición del signo de M para las bobinas de transformador mutuamente acopladas



41

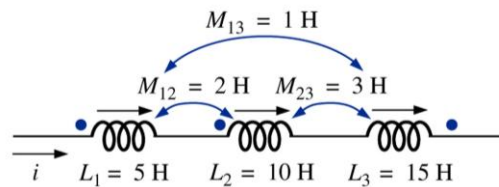
Circuitos Magnéticos

EC2111

Inductancia Mutua



Determine la inductancia total de las bobinas en serie mostradas en la figura



42

Circuitos Magnéticos

EC2111

Inductancia Mutua

- ✓ Aplicando las ecuaciones vistas, se tiene que:

$$L_1 + M_{12} - M_{13}$$

$$L_2 + M_{12} - M_{23}$$

$$L_3 - M_{23} - M_{13}$$

$$L_T = (L_1 + M_{12} - M_{13}) + (L_2 + M_{12} - M_{23}) + (L_3 - M_{23} - M_{13})$$

$$L_T = L_1 + L_2 + L_3 + 2M_{12} - 2M_{13} - 2M_{23}$$

$$L_T = 26H$$

Bibliografía

- ▶ Análisis Introductorio de Circuitos. Robert Boylestad. Editorial Pearson.